

Tento seminář pro Vás připravuje vzdělávací agentura

Kurzy-Fido.cz

...s námi TSP zvládnete!

Řešení čtvrté série (14. dubna 2009)

Řešení společně připravili lektori Aleph.cz a Kurzy-Fido.cz

Úlohy z varianty 08, ročník 2008

13.

Hlavní myšlenka: porovnávání zlomků a desetinných čísel

Postup: Projdeme postupně tvrzení 1. až 3. U prvního tvrzení okamžitě bez úprav vidíme, že neplatí nerovnost: $\frac{4}{9} < \frac{4}{11}$, proto také neplatí první tvrzení. Ve druhém tvrzení stačí porovnat pouze

zlomky $-\frac{6}{13}$ a $-\frac{6}{12}$. Protože platí, že $\frac{6}{13} < \frac{6}{12}$, musí se znaménky platit nerovnost obrácená, tedy:

$-\frac{6}{13} > -\frac{6}{12}$. Druhé tvrzení proto nemůže platit. Třetí tvrzení rovněž neplatí, protože

$$2\frac{2}{8} = 2\frac{1}{4} = 2,25.$$

Správná odpověď: b)

Rada či upozornění: Převádějte čísla na vhodný zápis. V některých případech je vhodnější desetinné číslo, v jiných naopak zlomek.

TSP nanečisto: vyzkoušejte si, jak na tom jste

V sobotu 2. května 2009 si můžete v Brně na semináři TSP nanečisto vyzkoušet přijímačovou atmosféru. Zjistíte, jaké jsou týden před přijímačkami vaše šance, jakého percentilu byste zhruba dosáhli a ve kterých částech se ještě můžete zlepšit. Seminář pořádá Aleph.cz ve spolupráci s agenturou Kurzy-Fido.cz.

Podrobnější informace najdete na <http://www.aleph.cz/tsp-nanecisto.asp?resenitsp>

14.

Hlavní myšlenka: variace na Pascalův trojúhelník

Postup: V Pascalovu trojúhelníku platí, že nad každou dvojicí buněk je jejich součet. V tomto smyslu zde tedy máme část Pascalova trojúhelníka. Ve třetím řádku vlevo máme dvojici čísel 2 a -1 (v tomto pořadí). Musíme doplnit vhodnou operaci, abychom z této dvojice dostali číslo -3. Je evidentní, že stačí sečíst opak levého čísla s číslem pravým, tj. $-2 - 1 = -3$. Hypotézu ověříme nejlépe na další dvojici a poté začneme s otazníky. Pro první otazník zleva musí podle nalezeného vztahu platit: $-4 + ? = -1$. První levý otazník je tedy roven 3. Pro prostřední otazník musí platit: $1 + ? = 2$. Otazník nahradíme 1. Pohledem do nabídnutých možností zjistíme, že další otazník již nemusíme řešit.

Správná odpověď: b)

15.

Hlavní myšlenka: celočíselné dělení se zbytkem

Postup: Typická úloha se třemi obrázky s čísly. V jednom musíme najít princip, jak spolu čísla souvisí. Druhý slouží k ověření, zda princip funguje a do třetího chybějící čísla doplníme. Tento postup mají podobné úlohy stále stejný. Jedná se nyní zejména o to, jak na princip přijít. Grafické rozložení napovídá, že v tučně označeném rámečku bude výsledek operace s čísly. Protože je každé číslo v odlišném geometrickém útvaru, zkusíme je propojit pomocí odlišných operací. Tak nás napadne, že $11 = 4 \cdot 2 + 3$. Ve druhém obrázku pak analogicky platí: $15 = 5 \cdot 3 + 0$. Jediná dvojice čísel, která nespĺňuje rovnost ve třetím obrázku je b).

16.

Hlavní myšlenka: pythagorova věta

Postup: Není častým jevem v TSP, že čísla označují délky popřípadě obsahy geometrických útvarů. V tomto smyslu je tato úloha poněkud překvapivá, nicméně jednoduchá – jedná se o grafické vyjádření Pythagorovy věty. Víme, že obsah čtverce nad přeponou je roven součtu obsahu čtverců nad oběma odvěsnami, vzorcem vyjádřeno $c^2 = a^2 + b^2$, kde c je přepona, a^2 , b^2 jsou čtverce nad odvěsnami. V prvním i druhém obrázku tato rovnost platí, $7^2 = 20 + 29$, $3^2 = 5 + 4$. Do třetího musíme doplnit 11, aby platilo $5^2 = 14 + 11$.

Správná odpověď: d)

Na přípravě řešení se podílí

Aleph.cz: internetové přípravné kurzy na TSP MU

- ▶ připravujte se přes internet – vhodné i jako příprava na poslední chvíli
- ▶ při registraci jeden **kurz zdarma** (registrace na <http://www.aleph.cz/registrace/>)
- ▶ 7 důvodů, proč se připravovat s Aleph.cz si můžete přečíst na <http://www.aleph.cz/7duvodu/>

www.aleph.cz | info@aleph.cz | tel.: 731 572 827 | ICQ: 68-229-632

Úlohy z varianty 88, ročník 2006

41.

Hlavní myšlenka: cit pro systém

Postup: Na první pohled vidíme, že úhlopříčně se čísla postupně snižují o jedničku (resp. zvyšují). Tímto způsobem jsme schopni doplnit i některá čísla, která nejsou zobrazena. Pak je zřejmé, že ve sloupci jsou vždy stejná čísla. Chybějící čísla jsou proto 4 a 1.

Správná odpověď: b)

42.

Hlavní myšlenka: celočíselné dělení se zbytkem

Postup: Jde o další úlohu, která se týká celočíselného dělení se zbytkem. Na první pohled to však není patrné. Všimneme si v obou vyplněných obrázcích, že součet čísel v kruhu je roven číslu v přilehlém trojúhelníku, protože $7 + 2 = 9$, $3 + 2 = 5$. Můžeme proto očekávat, že oba otazníky dají

v součtu 8. Řešení nám nabízí dvě takové odpovědi – b) a c). Musíme proto přijít na to, co vyjadřuje číslo v každém obrazci, které jsme doposud neuvažovali. Protože je v každém z obrazců číslem největším, půjde patrně o výsledek. Číslo 25 z prvního obrazce můžeme zapsat $25 = 2 \cdot 9 + 7$. Analogický vztah platí pro druhý a tím pádem i třetí obrazec $64 = 8 \cdot 8 + 0$.

Správná odpověď: b)

43.

Hlavní myšlenka: opět obdoba Pascalova trojúhelníku

Postup: Podobnou úlohu jsme tu již měli, takže to vezmeme rychle. Sousední dvojice čísel horního řádku čísel určuje číslo pod nimi. Například $1 - 5 = -4$. Princip ověříme na několika dalších dvojicích a doplníme otazníky. V tomto případě stačí dopočítat, že prostřední otazník se rovná dvěma, protože tato odpověď je pouze v možnosti d).

Správná odpověď: d)

Rada či upozornění: Je-li v zadání graficky znázorněn trojúhelník nebo jeho část, velmi často se jedná o nějakou variaci Pascalova trojúhelníka.

44.

Hlavní myšlenka: přičítání a odečítání

Postup: Poměrně častá úloha, která se v některých letech objevila i v symbolickém myšlení. Opět zde máme tři obrazce a z uspořádání nás okamžitě napadá, že výsledek bude v rámečku. Čísla ve výsledku se dobereme tak, že čísla v kruhu s křížem odečítáme a čísla s šipkou přičítáme. V prvním obrazci tedy platí: $-5 + 1 - 3 + 6 = -1$, ve druhém platí: $-9 - 4 + 7 + 2 = -4$. V posledním obrazci pak musí platit: $-3 - 1 + 6 + ? = -2$. Otazník je proto roven -4.

Správná odpověď: b)

45.

Hlavní myšlenka: převod procent na zlomky či desetinná čísla

Postup: Vyjdeme z toho, že procenta lze velmi snadno převádět na zlomky. 24 % ze $\frac{7}{6}$ můžeme

proto zapsat takto: $\frac{24}{100} \cdot \frac{7}{6} = \frac{4}{100} \cdot \frac{7}{1} = \frac{28}{100} = \frac{7}{25}$. Podobně 60 % z 1,5 = $\frac{6}{10} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{10} = 0,9$.

Správná odpověď: e)

Rada či upozornění: U přijímaček se běžně setkáte s tím, že desetinné číslo a procenta se považují za jiný způsob zápisu téhož čísla. Platí tedy, že 0,9 a 90 % je v testech totéž.

46.

Hlavní myšlenka: porovnávání různých zápisů reálných čísel

Postup: První soubor čísel není uspořádán vzestupně (tj. od nejmenšího k největšímu). $\sqrt{7} \in (2;3)$, protože $2^2 = 4$ a $3^2 = 9$, přičemž číslo 7 je právě mezi 4 a 9, jejichž odmocniny umíme určit.

Druhý soubor čísel také není vzestupný, -1,3 je menší než $-\frac{5}{12}$. Ani třetí soubor není uspořádán,

protože největším číslem je výraz v závorce $\left(4 - \frac{1}{8}\right) = 3,875$.

Správná odpověď: e)

Rada či upozornění: osminové zlomky se u přijímaček velmi často objevují. Je proto dobré pamatovat si přepis $\frac{1}{8} = 0,125$ bez nutnosti počítání. Jedná se samozřejmě o triviální záležitost, která však může ušetřit čas.

47.

Hlavní myšlenka: porozumění pojmu operace, umocňování

Postup: s tím, že symboly označovaly nějakou novou, nám neznámou, operaci jsme se již setkali v předchozích dílech našeho semináře. V těchto případech jsme ovšem věděli, co daná operace „dělá“, tedy jak je definována. Nyní jsme v poněkud odlišné situaci: musíme nejprve zjistit, jak operace pravděpodobně funguje – vytvořit si hypotézu a identifikovat, kde je operace použita nesprávně.

Indicií jsou pro nás „nápadná čísla“: 125, 128, 81... Představme si jejich alternativní vyjádření:

$$125 = 5^3$$

$$128 = 2^7$$

$$81 = 3^4$$

Už tušíte, jak operace \diamond funguje?

Je to tak, že $a \diamond b = c$ právě tehdy, když $b^c = a$, což např. $125 \diamond 5 = 3$ odpovídá tomu, že $5^3 = 125$, v ostatních případech je tomu podobně.

Jasně vidíme, že mezi ostatní nepatří rovnice $-81 \diamond 3 = -3$, neboť neplatí, že by $3^{-3} = -81$

Správná odpověď: a)

Rada či upozornění: vyplatí se znát a umět identifikovat na první pohled „významná čísla“ – jako jsou mocniny dvojky, trojky, čtyřky a pětky. Jejich přítomnost v úloze zpravidla naznačuje, o co se jedná... Dobré je též vědět, že kterékoliv přirozené číslo na nultou je jedna.

(Poznámka pro znalce: operace kosočtverec souvisí s logaritmem.)

48.

Hlavní myšlenka: nejmenší společný násobek.

Postup: první otázka samozřejmě směřuje k formě. Čísla v kruhu – okolo středu - jsou v jistém smyslu rovnocenná, číslo uprostřed je v jistém smyslu významné. Patrně to bude výsledek nějaké operace provedené na okolní čísla nebo cosi, co mají okolní čísla společné. Zatím jsme se setkávali s tím, že „tím společným“ byl ciferný součet. Nyní je to nejmenší společný násobek. (Jistou indicií může být například to, že číslo uprostřed je vždy větší než čísla okolo.) 10 a 21 mají nejmenší společný násobek 210, což je i násobek 15 a 35. Tento systém funguje i v dalším schématu. Naším cílem je tedy vybrat číslo, které je nejmenším společným násobkem čísel 12, 30, 20 a 18. Tím je číslo 180 (můžeme k tomu dospět přes prvočíselný rozklad nebo vylučovací metodu, viz rada níže).

Správná odpověď: c)

Rada či upozornění: nevíme-li jak spočítat nejmenší společný násobek, lze zde uplatnit vylučovací metodu. Okamžitě bychom vyloučili čísla 270 a 210, která zajisté nebudou dělitelná dvaceti, protože pokud je číslo dělitelné dvaceti, musí být desetina daného čísla dělitelná dvěma. Dvaceti budou dělitelná např. čísla 260 a 280 nebo 200 a 220. Čísla 120 a 60 rovněž můžeme vynechat, protože nejsou dělitelná 18. Zbývá právě číslo 180.

49.

Hlavní myšlenka: převod výrazu z jedné strany rovnice na druhou, řešení soustavy rovnic sčítací metodou

Postup: nejprve si převedeme neznámé (označené řeckými písmeny) na levou stranu rovnic tak, aby stejné neznámé byly pod sebou.

Dostáváme tedy

$$\begin{aligned} 2\Delta - 4\Pi + \Gamma &= 0 && (\Delta \text{ jsme v první rovnici ze zadání převedli z pravé strany na levou}) \\ \Delta - 2\Pi - \Gamma &= 6 && (\text{přeuspořádali jsme neznámé tak, abychom je měli pod sebou}) \end{aligned}$$

Naším cílem je zjistit hodnotu Γ , resp. 5Γ . Je proto nutné „zbavit se“ ostatních neznámých. To uděláme sčítací metodou. Vynásobíme druhou rovnici číslem -2 . Tím mj. dostaneme v dolní rovnici -2Δ , což se nám pak při sčítání obou rovnic bude hodit. Dostáváme tedy rovnice

$$\begin{aligned} 2\Delta - 4\Pi + \Gamma &= 0 \\ -2\Delta - 4\Pi + 2\Gamma &= -12 \end{aligned}$$

Když obě rovnice sečteme, dostáváme už jen jednoduchou rovnici $3\Gamma = -12$, kterou vyřešíme již snadno. $\Gamma = -4$, čili $5\Gamma = -20$.

Správná odpověď: a)

Rada či upozornění: všimněte si, že se vlastně jedná o standardní metodu řešení soustavy rovnic – jde o sčítací metodu. Jediné „zádrhele“, které se v zadání vyskytují, jsou tyto: neznámé jsou přeházené, někdy je třeba převést výraz z jedné strany na druhou. Nelekejte se toho, že neznámých je víc než rovnic. Z nabídnutých odpovědí je zřejmé, že řešení bude určeno jednoznačně.

50.

Hlavní myšlenka: doplnění čísla do posloupnosti na základě diferencí (rozdílů sousedních členů).

Postup: máme před sebou číselnou posloupnost. Pokud nevíme na první pohled, jaké bude řešení, začínáme zpravidla tím, že si vytvoříme posloupnosti diferencí (rozdílů sousedních členů), níže na šedivém pozadí.

$$5 \quad \boxed{+1} \quad 6 \quad \boxed{-2} \quad 4 \quad \boxed{+4} \quad 8 \quad \boxed{?} \quad \boxed{?} \quad \boxed{?} \quad 16$$

Tyto diference připomínají na první pohled mocniny dvojky, v tomto případě se ale navíc střídají znaménka. Další číslo v posloupnosti diferencí (první otazník na šedém pozadí) bude -8 , druhé $+16$.

Situace tedy vypadá takto

5 +1 6 -2 4 +4 8 -8 ? +16 16

Je zřejmé, že na místě otazníku v zadání musí být číslo 0.

Správná odpověď: e)

Rada či upozornění: vyplatí se znát a umět na první pohled identifikovat mocniny dvojky.

Potřebujete se na něco zeptat? Je tu pro Vás naše fórum!

www.prijimacky-tsp.cz

Martin Víta

Koordinátor Kurzy-Fido.cz | 604 619 669