

Řešení třetí série (5.4.2009)

Úlohy z varianty 10, ročník 2008

16.

Hlavní myšlenka: inspirace Pythagorovou větou, sčítání druhých mocnin daných čísel.

Postup: s úlohou podobného druhu jsme se v rámci semináře již potkali a to konkrétně při řešení nulté série (<http://www.reseni-tsp.cz/2009/0bckabc10903/reseni0.pdf>), zájemce o teorii tedy odkazujeme tam. Nyní jen shrneme princip: součet čísel ve čtvercích je roven druhé mocnině čísla u přepony, např.: $1 + 15 = 4^2$, $25 + 24 = 7^2$. V úloze tedy hledáme číslo, které přičteno k 12 dá 25 (tedy 5^2). Takovým číslem je právě 13.

Správná odpověď: c)

Rada či upozornění: při řešení se vraťte k podobně vyhlížejícím úlohám, které jste řešili dříve. Uvidíte časem, že všechny úlohy – kromě pár exemplářů – jsou celkem „na jedno brdo“.

17.

Hlavní myšlenka: identifikování mocnin trojky, doplňování čísel do posloupnosti podle rozdílů sousedních členů.

Postup: Na první pohled se bude jednat o dvě posloupnosti. Nejprve zaměříme pozornost na šikmou: všimneme si „nápadných“ čísel, které nás nasměrují: těmito čísly jsou 9 a 27 (resp. -27). Tato čísla bezpečně ukazují, že se jedná o umocňování trojky: 9 je 3 na druhou, 27 tři na třetí. Dále se zde střídají znaménka. Na místě otazníku tedy musí být 3 na první, ale se záporným znaménkem, čili -3. Budeme se proto rozhodovat mezi možnostmi a) a b).

Druhá posloupnost tedy vypadá takto:

-3 ? -1,5 0 2 4,5

Jak to vypadá s rozdíly sousedních členů? Tj. kolik musíme ke každému členu přičíst, abychom se dostali k tomu následujícímu.

-3 +? ? +? -1,5 +1,5 0 +2 2 +2,5 4,5

Podíváme-li se na čísla na šedém pozadí, vidíme, že rostou vždy o 0,5. Což znamená, že to musí dopadnout takto:

-3 +0,5 ? +1 -1,5 +1,5 0 +2 2 +2,5 4,5

Tedy na místě otazníku v posloupnosti musí být -2,5.

Správná odpověď: b)

Rada či upozornění: vždy si všimějme „podezřelých čísel“ – např. druhých mocnin přirozených čísel, mocnin dvojky, trojky atp. Nevíme-li co s číselnou posloupností, udělejme rozdíly sousedních členů (diference).

18.

Hlavní myšlenka: řešení soustavy rovnic o dvou neznámých.

Postup: symboly trojúhelníček a kosočtvereček zde zastupují nějaká čísla, můžeme se tedy na ně dívat jako na neznámé. Pro jednoduchost si je označme jako x (trojúhelníček) a y (kosočtvereček).

Máme tedy zjistit hodnotu x , víme-li že platí:

$$2(x - y) = (2 + y)x$$

$$\text{a } 10 - xy = 4$$

Z druhé rovnice okamžitě víme, že součin $xy = 6$. Pravděpodobně se výraz xy vyskytne někde při úpravách první z nich. První rovnici tedy roznásobíme a dostaneme:

$$2x - 2y = 2x + xy$$

Výraz $2x$ se vyskytuje na obou stranách, můžeme jej tedy odečíst, takže máme:

$$-2y = xy$$

My ale víme, že $xy = 6$, takže už snadno zjistíme, že $-2y = 6$, čili $y = -3$.

x musí být tím pádem -2 .

Správná odpověď: d)

Rada či upozornění: zopakujte si hlavní myšlenku této úlohy – v první rovnici nám někde vznikne při roznásobení součin, jehož hodnotu víme ze druhé rovnice.

19.

Hlavní myšlenka: porozumění pojmu operace.

Postup: postup, jak „fungují“ tyto úlohy, je velmi důkladně popsán v prvním řešení z naší série:

<http://www.reseni-tsp.cz/2009/1bckabc11903/reseni1.pdf>

Pokud si nejste jisti, jak na tyto úlohy vlastně jít, nejprve si podrobně prostudujte řešení úlohy devatenáct z prvního řešení a teprve poté se vraťte k tomuto textu!

Zde uvádíme pouze dílčí výsledky.

Víme, že $4 \heartsuit x = 1$, a podle definice je $a \heartsuit b = \frac{1}{2}(a - 3b)$, čili můžeme říci, že $4 \heartsuit x = \frac{1}{2}(4 - 3x)$.

$$\text{Tedy } \frac{1}{2}(4 - 3x) = -1.$$

Řešením této rovnice $x = 2$.

Znovu upozorňujeme, srdíčko je symbolem pro operaci, nikoliv neznámou, jejíž hodnotu bychom určovali!

$\circ\circ x$ je tedy vlastně $\circ\circ 2$.

Kolik je $\circ 2$...? Nu, podívejme do definice: $\circ a = (a/2)(1 + a)$. Jde o pouhé dosazování, tedy

$$\circ 2 = (2/2)(1 + 2) = 3.$$

$$\circ\circ\circ 2 = \circ\circ 3$$

Kolik je $\circ 3$...? Za a v definici dosadíme trojku a dostaneme, že $\circ 3 = (3/2)(1 + 3) = (3/2) \cdot 4 = 6$.

$$\circ\circ 3 = \circ 6$$

Nu, a kolik je $\circ 6$...?

$$\circ 6 = (6/2)(1 + 6) = 3 \cdot 7 = 21.$$

Správná odpověď: e)

Rada či upozornění: nejedná se o těžkou úlohu, pokud člověk ví, jak ji řešit. Jakmile to jednou pochopí, už s tímto typem nemá problém. Tento typ úloh stojí za námahu.

Úlohy z varianty 6, ročník 2007

28.

Hlavní myšlenka: převod slovního vyjádření vztahu mezi čísly a následná úprava rovnice – převody z jedné strany rovnice na druhou a dále vytýkání před závorku.

Postup: na základě zadání sestavíme rovnici $\frac{1}{2}A + \frac{1}{4}B = A + 1$. Tu nyní dále upravujeme: nejprve obě strany rovnice vynásobíme čtyřmi, abychom se zbavili zlomků. Dostaneme tedy rovnici $2A + B = 4A + 4$.

Nyní převedeme všechny výrazy s A na pravou stranu (protože všude, kromě možnosti e) začínají tvrzením o číslu B):

$$B = 2A + 4$$

Nyní vytkneme na pravé straně dvojku před závorku:

$$B = 2(A + 2)$$

(nejste-li si jisti, jak se vytýká, zkuste si závorku na pravé straně roznásobit)

Jestliže je tedy B rovno dvojnásobku čísla $(A + 2)$, znamená to ovšem také, že polovina čísla B je rovna číslu $(A + 2)$.

Správná odpověď: a)

Rada či upozornění: nezapomeňte, jak se správně vytýká před závorku. Máte-li před sebou rovnici sestavenou podle takového zadání, všimněte si, čím většinou začínají odpovědi – zda tím, že číslo B má nějaké vlastnosti, anebo číslo A je... – podle toho se rozhodneme, co máme v rovnici osamostatnit na jedné straně.

29.

Hlavní myšlenka: ciferné součty.

Postup: v případě jakéhokoliv grafického schématu s čísly si klademe otázku, jakou informaci nám nese forma, tj. způsob nakreslení. Čáry spojující jednotlivá čísla „chtějí cosi naznačit“ - pravděpodobně to, že daná čísla mají něco společného: čísla 13 a 22 mají cosi společného se čtyřkou. Společný násobek či dělitel to nebude, čili zbývá poslední možnost: ciferný součet. 679 a 868 mají ciferný součet 22, čili naše hypotéza bude platit.

Pozor, v úloze vybíráme číslo na místo otazníku číslo, které se **nehodí**. Tedy takové, které nedává ciferný součet 13, což je číslo 93.

Správná odpověď: e)

Rada či upozornění: Podtrhněte si, na co se Vás ptají, zda co má být na místě otazníku či to, co se na místo otazníku nehodí... Využijte toho, že do testu je možné psát.

30.

Hlavní myšlenka: zbytky po dělení.

Postup: prohlédneme si schéma s cílem zjistit, co nám říká způsob zaznamenání, zaměříme se na první schéma. Toto znázornění chce patrně naznačit, že sedmička je čímsi společná číslům 14, 35, 77 atd. Je zřejmé, že sedmička všechna tato čísla dělí se zbytkem nula. Když zkusíme sedmičkou vydělit čísla ze druhého schématu vždy dostaneme zbytek jedna. Protože hledáme číslo, které se nehodí na místo otazníku, zvolíme 82, neboť to po vydělení sedmi dává jiný zbytek než 1.

(poznámka pro znalce: jde o čísla ekvivalentní modulo 7, proto tedy ten symbol ekvivalence...)

Správná odpověď: a)

Rada či upozornění: Projděte si jiné varianty TSP z roku 2007, zda v nich neodhalíte úlohu tohoto typu znázorněnou trochu jinak (nápopověda: hledejte dvojšipky)

31.

Hlavní myšlenka: odečítání čísel na určitých pozicích.

Postup: s podobně vyhlížejícím schématem jsme se již setkali v předchozích dílech několikrát, proto vysvětlení bude jen stručné.

$$5 - 8 = -3$$
$$1 - (-4) = 5,$$

čili princip je takový, že číslo, na které ukazuje šipka (či spíše spojují se u něj dvě čáry), je rozdílem spodního a horního pravého souseda. Nejprve zjistíme hodnotu dolního otazníku: je to číslo, které je rovno $6 - 4 = 2$, nahoře tedy bude číslo, které odečteno od dvou dává jedničku. A to je právě číslo 1. Na místa otazníků tedy doplníme dvojici 1; 2

Správná odpověď: e)

Rada či upozornění: nezapomeňte, jak se odčítají záporná čísla, aby Vás to nepopletlo...

32.

Hlavní myšlenka: umocňování.

Postup: prohlédneme si schéma s cílem zjistit, co jím asi autor chtěl naznačit. Patrně půjde o nějaké vztahy uvnitř jednotlivých „dominových“ kostiček. To, že číslo dole je zvýrazněné širším okrajem nejspíše chce říci, že bude výsledkem nějaké operace, která je provedena na číslo nad ním.

Druhou nápopovědu obstarají zvolená čísla: máme tam čísla 27, 3, 9 (resp. 1/9), 81... Ty evokují umocňování trojky. Vskutku, princip je jednoduchý: nahoře v kostičce je konkrétní číslo n , dole je 3^n , čili tři na číslo, které je nahoře. Tři na třetí je 27, tři na první je tři. Tři na mínus druhou je 1/9. Na místě levého otazníku je tedy číslo tři na nultou, což je 1 („cokoliv na nultou je jedna“). V případě pravého otazníku si klademe otázku, na kolikátou

musíme umocnit trojku, abychom dostali číslo 81. Jde samozřejmě o číslo 4: protože $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$

Správná odpověď: c)

Rada či upozornění: přemýšlejte též o tom, jakou nápovědu nesou čísla, která se ve schématu vyskytují: vidíme-li tam 243, 81, 27, 9, 3, ..., můžeme vzít jed na to, že se bude jednat o umocňování trojky. Uvidíme-li tam 64, 32, 16, 8, 4, ... půjde pravděpodobně o umocňování dvojky.

Najdeme-li ve schématu čísla 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, půjde v úloze nejpravděpodobněji o umocňování na druhou.

Úlohy z varianty 77, ročník 2006

42.

Hlavní myšlenka: jednoduchá operace při horizontálním nebo vertikálním pohybu.

Postup: čtvercová síť, z níž jsou vynechány některé části v nás evokuje možnost pohybu horizontálně nebo vertikálně. Při každém pohybu o jedno políčko se pravděpodobně bude provádět nějaká jednoduchá operace. V tomto případě se při pohybu zleva doprava o jedno políčko sníží hodnota čísla o dva. V případě pohybu shora dolů se hodnota čísel zvyšuje o jedničku. (Pokud políčko chybí, klidně si jej tam domysleme – dokresleme.) Na místě pravého otazníku tedy bude číslo -5, protože horní řada by vypadala takto: 1, -1, -3, -5 (šedá čísla jsou pouze v myšlenkách).

Projdeme-li si nabízené odpovědi, vidíme, že jediná varianta e) obsahuje na druhém místě -5, čili aniž bychom se zabývali levým otazníkem, volíme správnou odpověď a pro úsporu času se už úlohou dál nezabýváme.

Správná odpověď: e)

Rada či upozornění: čím nepravidelněji se nám schéma jeví, tím pravděpodobněji půjde o jednodušší počítání. Nezapomeňte se vždy v úlohách, kde se hledá více hodnot, prohlédnout při získání dílčího výsledku nabízené odpovědi, může to ušetřit trochu času.

43.

Hlavní myšlenka: sčítání těch čísel, které jsou ve stejném útvaru.

Postup: máme před sebou dvě schémata, která pravděpodobně fungují podle stejného pravidla. Co chtěl autor naznačit tím, že některá čísla jsou ve stejných útvarech? Nejspíše to, že k sobě mají blíž, že patří dohromady. První věc, kterou bychom měli zkusit, zjistíme-li, že něco patří dohromady, je sčítání. Kolik dostaneme, sečteme-li čísla v prvním schématu, která jsou v kroužcích? Je to přesně nula. Sečteme-li čísla ve čtvercích, dostaneme také nulu. Nyní nás již nepřekvapí, že součet čísel v šestiúhelnících dává rovněž součet nula.

Přesně totéž platí ve druhém schématu. Součet čísel ve stejných útvarech musí dát nul, tedy na místě otazníku bude číslo, které přičteno k $5 + 2$ dá součet nula. Takové je právě číslo -7.

Správná odpověď: b)

Rada či upozornění: opět přemýšlejme o tom, co nám říká forma, tj. způsob zaznamenání...

44.

Hlavní myšlenka: sčítání čísel na určitých pozicích.

Postup: mohlo by se zdát, že půjde o podobný princip jako u dominových kostiček v úloze 32, ale takovéto zdání by bylo klamavé. Spíše jde o podobný princip jako u úlohy 31. Indicie je taková, že poslední dolní políčko je vyčerněné, nemůže tedy jít o vztahy uvnitř kostiček – musí existovat vztah, který jde „mezi kostičkami“. Pokud nebereme v úvahu krajní kostky, je princip takový, že horní část kostičky obsahuje číslo které je součtem čísel v levé sousední kostičce.

$$5 = 2 + 3,$$
$$-1 = 5 + (-6).$$

Na místě horního otazníku je tedy číslo, které přičteno k -2 dá jako výsledek nulu. To je tedy samozřejmě dvojka. Po prohlédnutí nabídnutých možností samozřejmě zvolíme možnost a), aniž bychom počítali hodnotu na místě dolního otazníku.

Správná odpověď: a)

Rada či upozornění: zkuste si toto zadání načrtnout tak, aby vypadalo jako úloha 31, abyste získali nadhled nad tím, jak autoři tvoří úlohy...

45.

Hlavní myšlenka: umocňování.

Postup: pamatujete, co jste si přečetli o pár stránek výše o tom, čeho se týká úloha, objevují-li se v ní „podezřelá čísla“ jako 243, 27, ...? :-) Půjde tedy o umocňování trojky.

Tabulka totiž vlastně vypadá takto:

3^5	3^3	3^2	3^0
5	3	2	?

Je šikovné si hned místo čísla 243 představit 3^5 , místo 27 rovnou 3^3 , atd. V takovém případě je pak jasné, že na místě otazníku musí být číslo nula. Obecně, dole máme mocnitele, na které musíme umocnit trojku, abychom dostali příslušné číslo nahoře. To, že se jedná právě o umocňování trojky, jsme se dovtípili podle použitých čísel.

Správná odpověď: e)

Rada či upozornění: nezapomeňte, že cokoliv na nultou je jedna.

Potřebujete se na něco zeptat? Je tu pro Vás naše fórum!

www.prijimacky-tsp.cz

Martin Vít

Koordinátor Kurzy-Fido.cz | 604 619 669