

Řešení druhé série (19.3.2009)

Úlohy z varianty 16, ročník 2007

25.

Hlavní myšlenka: efektivní převádění ze zlomku na procenta a desetinná čísla

Postup: nejprve spočítáme, jakou část z 2,5 představuje 1. To je jednoduché, je to $1/2,5$.
(Kdyby se nás ptali, jakou část z trojky představuje jednička, bez váhání bychom odpověděli, že $1/3$, čili třetina.)

Tento zlomek $1/2,5$ s desetinným číslem ve jmenovateli můžeme samozřejmě dále upravit – pro začátek čitatele i jmenovatele vynásobíme dvojkou, takže dostaneme $2/5$.

Je dobré si pamatovat, že $1/5$ je totéž, co 0,2 a totéž co 20 procent. Dvě pětiny jsou tedy 0,4 nebo 40 procent. (Tři pětiny jsou totéž, co šedesát procent, čili pokud má být nějaký zákon schválen třípětinovou většinou, znamená to, že ta většina je šedesátiprocentní.)

Prohlédneme si už v tomto momentě nabízené odpovědi a vidíme, že si budeme volit mezi možnostmi c) a e). V možnosti c) je jako první číslo uvedeno 0,03, což odpovídá 3 %. Hrubým odhadem je jasné, že 21,9 je zhruba třetinou čísla 73, takže rozhodně zvolíme možnost e)

Správná odpověď: e)

Rada či upozornění: začínejme vždy „krotšími“ čísla (73 a 21,9 tak „krotce“ nevypadají). Máme-li úlohu, v níž zjišťujeme dvě hodnoty, vyplatí se po zjištění jedné z nich prohlédnout nabízené odpovědi a některé vyloučit, je-li to možné.

26.

Hlavní myšlenka: krácení a rozšiřování zlomků, práce se smíšenými a desetinnými čísly.

Postup: zlomek ze zadání nejprve zkrátíme na $9/4$. Je zřejmé, že $9/4 = 8/4 + 1/4 = 2 + 1/4 = 2,25$.

Okamžitě vidíme, že možnosti a), c) a d) tuto hodnotu obsahují. Budeme tedy volit mezi b) a e). Zkusme si zlomek $18/8$ převést na dvaatřicetiny. $18/8 = 72/32$. Možnost e) obsahuje hodnotu obsahuje a my jsme tedy vyloučili čtyři možnosti z pěti.

Správná odpověď: b)

Rada či upozornění: otázka je položena negativně, určitě si při řešení podtrhněte slovo „neobsahuje“.

27.

Hlavní myšlenka: efektivní porovnávání zlomků

Postup: místo hledání nejmenšího a největšího z uvedených čísel budeme hledat největší a nejmenší číslo z uvedených čísel „od nichž utrhneme záporný“, tedy kladných čísel o stejné absolutní hodnotě, čili ze souboru

10/11 1,05 6/5 8/9 1 + 1/7

Na první pohled vidíme, že nejmenší číslo budeme hledat mezi těmi, které jsou menší než jedna, čili 10/11 a 8/9. Tyto dva zlomky lze převést na výhodnější tvar: $1 - 1/11$ a $1 - 1/9$. Protože jedna devítina je větší, než jedna jedenáctina a proto menším z těchto dvou čísel je 8/9 („od jedničky odečítáme něco většího“).

Největší číslo z původního souboru se zápornými čísly je -8/9. To obsahuje pouze možnost b).

Správná odpověď: b)

Rada či upozornění: pracujeme-li se zápornými čísly, je obvykle pohodlnější nahradit je kladnými o stejné absolutní hodnotě a „přehodit“ porovnávací znaménka a slova „největší“ zaměnit za „nejmenší“ a naopak. Opět se nenamáhejme zbytečnými početními výkony, když jsme schopni rozhodnout podle částečné informace.

28.

Hlavní myšlenka: algebrogram, aneb přiřazování čísl písmenům. Je zpotřebí rozlišovat mezi součinem $C \cdot D$ a pouhým zapsáním čísl za sebe, tj. CD .

Postup: B je číslice, resp. na něj můžeme pohlížet jako na jednociferné číslo. Z první rovnice víme, že $A \cdot A \cdot A = B$, čili A na třetí je jednociferné číslo B. Jakou hodnotu může mít A? V úvahu přicházejí pouze čísla menší než tři protože $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$, což už není jednociferné číslo. Čili budeme hledat hodnotu A mezi čísly 0, 1 a 2. Nula to být nemůže, protože v tom případě by se muselo B rovnat také nule, což nelze, neboť stejná písmena podle zadání představují stejné číslice, různá různě. Ze stejného důvodu můžeme jako hodnotu A vyřadit jedničku.

A se tedy musí rovnat 2, a B je tím pádem 8. Protože $B + A = CD$, okamžitě víme, že $C = 1$ a D nule. Pozor, v případě C a D ve druhé rovnici v zadání nejde o násobení! Jen se sepisují číslice za sebe!

Nyní budeme vybírat z nabídnutých možností rovnici, která **neplatí**.

a) odpovídá $11 \cdot 2 = 22$, což platí, b) odpovídá tomu, že $8 + 20 = 2 \cdot 2 \cdot 8$, což neplatí.

Správná odpověď: b)

Rada či upozornění: je třeba dávat pozor na to, co písmena označují, zda čísla nebo číslice. Opět si podtrháváme negativně položenou otázku.

29.

Hlavní myšlenka: ciferné součty

Postup: nejprve si prohlédneme předložené schémata a klademe si otázku, jakou informaci nese forma, tj. způsob znázornění. To, že čáry spojují číslo 4 a čísla 22 a 13, patrně naznačuje, že čtyřka je oněm dvěma číslům „jaksi společná“. Zjevně nejde o nějaký společný násobek či dělitel, takže vyzkoušíme další obvyklé pojmy. V tomto případě se jedná o ciferné součty. Ověřit to můžeme na ostatních částech diagramu.

Hledáme číslo, které se nehodí na místo otazníku, čili takové, které **nemá** ciferný součet 22. Takové je právě číslo 794.

Správná odpověď: a)

Rada či upozornění: opět hledáme to, co se nehodí na místa otazníků, podtrhneme si klíčové slovo ze zadání. Všimáme si toho, co nám autor chtěl naznačit prostřednictvím grafické podoby.

30.

Hlavní myšlenka: jednoduché operace aplikované na čísla na konkrétních pozicích.

Postup: znovu si klademe otázku, jaká informace se skrývá v grafickém znázornění. Číslo uprostřed má jakési výsadní postavení. Patrně bude finálním výsledkem nějakého postupu provedeného s ostatními čísly. Nad a pod kroužkem jsou dvojice čísel – to, že se nacházejí ve „společném“ obdélníčku nejspíše znamená, že se mají dát nějakým způsobem dohromady, čili budeme je nejspíše buď sčítat, nebo násobit. Nejprve vyzkoušíme sčítání. V prvním schématu nahoře vyjde číslo 7, dole 6. Číslo 42 (uprostřed) je jejich součinem. Tedy $(3 + 4) \cdot (1 + 5) = 42$. Vyzkoušejme to ještě na dalším schématu: $(2 + 4) \cdot (6 + 3) = 54$.

Na místě otazníku tedy bude číslo, které získáme výpočtem $(5 + 3) \cdot (7 + 0) = 56$.

Správná odpověď: c)

Rada či upozornění: stojí za to si projít co největší množství úloh s grafickým zadáním a u těch „komplikovanějších“ si promyslet, jak proč je autor graficky znázornil právě tak, jak je znázornil.

31.

Hlavní myšlenka: jednoduché operace aplikované na čísla na konkrétních pozicích.

Postup: opět a znovu si klademe otázku, jaká informace se skrývá v grafickém znázornění. Čáry směřující od dvojice čísel ke třetímu (zleva do prava) naznačují, s čím se bude provádět nějaká operace a co bude výsledkem.

Začneme od pravé části. Číslo 5 vzniklo z čísel 3 a -2. Jak...? To je přece jednoduché, $3 - (-2)$. Čili číslo vpravo nahoře je rovno rozdílu levého horního souseda, od něhož se odečte levý spodní soused, tedy dále např. $7 - 4 = 3$. Na místě horního otazníku tedy bude číslo $1 - 1 = 0$. Prohlédneme si nabízené odpovědi a zjistíme, že budeme na místě spodního čísla volit mezi 7 a -7. Hledáme číslo, které odečteno od nuly (horního čísla) dá ve výsledku 7. Takovým číslem je -7: $0 - (-7) = 7$.

Správná odpověď: a)

Rada či upozornění: nespolejte si, jak funguje odčítání záporných čísel...

32.

Hlavní myšlenka: operace s čísly v jednotlivých obrazech.

Postup: schéma vypadá dosti nepravidelně, v jednotlivých útvarech jsou různé počty čísel. Nebylo by vhodné formulovat to jako stoprocentně platné pravidlo, nicméně často se dá vycházet z toho, že čím nepravidelnější zadání, tím musí být pravidlo jednodušší.

To by nás mohlo vést k vyzkoušení jednoduchých operací: zkuste sečíst čísla v jednotlivých útvarech nebo je zkuste vynásobit. Vidíme, že v případě násobení dojdeme uvnitř každého útvaru k číslu 120. (Např.: $4 \cdot 30 = 120$, $8 \cdot 15 \cdot 1 = 120$, ...)

Hledáme tedy číslo, které vynásobeno číslem $2 \cdot 3$ dá 120. To je právě číslo 20.

Správná odpověď: a)

Rada či upozornění: postupujte vždy cestou nejmenšího odporu: vidíte-li nějaké nepravidelné zadání, vyzkoušejte nejprve nejjednodušší operace: sčítání, násobení, ...

Úlohy z varianty 07, ročník 2007

31.

Hlavní myšlenka: jednoduché operace aplikované na čísla na konkrétních pozicích.

Postup: je totožný jako v případě úlohy 31, sama tvarová podobnost nám to říká. Systém jednoduchý, dívejme se na pravou část schématu:

$$\begin{aligned} 3 - 5 &= -2, \\ -2 - 2 &= -4. \end{aligned}$$

Ve schématu jde tedy o odčítání spodního čísla od horního. Horní otazník tedy zastupuje číslo $0 - 4 = -4$.

Na místě spodního otazníku bude číslo, které odečteno od čísla -4 dá číslo 3. To je právě číslo -7, neboť $-4 - (-7) = 3$.

Správná odpověď: c)

Rada či upozornění: vracujte se vždy k úlohám, které jste někdy již řešili, zafixujete si typické obraty, které se v takovýchto úlohách vyskytují. Má-li člověk vyřešené úlohy stále na očích, napadají ho jednotlivé klíčové obraty vedoucí k řešení mnohem snáze.

32.

Hlavní myšlenka: dělení se zbytky, resp. rozepsání čísla na součin a zbytek

Postup: tak jako u každé úlohy, kde se vyskytuje nějaké grafické schéma, se nejprve zaměříme na formu a použitá čísla. Vidíme, že čísla „na vrcholu“ schémat jsou čímsi význačná, pravděpodobně se bude jednat o výsledky nějakých postupů, které jsou aplikovány na čísla na „řetízcích“ pod nimi. Všimneme si též, že čísla na vrcholech jsou vždy největší. Dále si všímáme, že jednotlivé „řetízky“ jsou na pohled rovnocenné. Takže číslo na vrcholu pravděpodobně vzniká stejným způsobem z libovolného „řetízku“ pod ním.

Napovídáme, že jde vlastně o dělení se zbytky:

$50 : 16 = 3$, zbytek 2. Jinými slovy (podíváme-li se na celou věc „z druhé strany“, $50 = 16 \cdot 3 + 2$), $50 : 4 = 12$, zbytek 2, tedy $50 = 4 \cdot 12 + 2$, atd.

Na vrcholu druhého schématu tedy bude číslo, které se rovná $4 \cdot 15 + 3 = 63$.

Všimněte si – mimo jiné –, že 63ka jako jediná se na prvním místě v nabízených odpovědích vyskytuje dvakrát. Vzhledem k tomu, že $63 = 3 \cdot 21 + 0$, je o odpovědi rozhodnuto.

Správná odpověď: e)

Rada či upozornění: projděte si úlohy, které jsme zatím řešili a podívejte se na ty, ve kterých se největší číslo rozkládalo podobným způsobem – ve které podobné úloze jsme narazili na takovéto rozklady čísel...?