

Projekt z volitelné fyziky

Výtok kapaliny otvorem ve stěně

Jonáš Tuček

Obsah

1. Úvod	3
2. Teoretický rozbor	3
2.1. Rozbor aparatury.....	3
2.2. Odvození vztahů	3
3. Provedení pokusu.....	4
3.1. Samotné měření	5
4. Závěr	6

1. Úvod

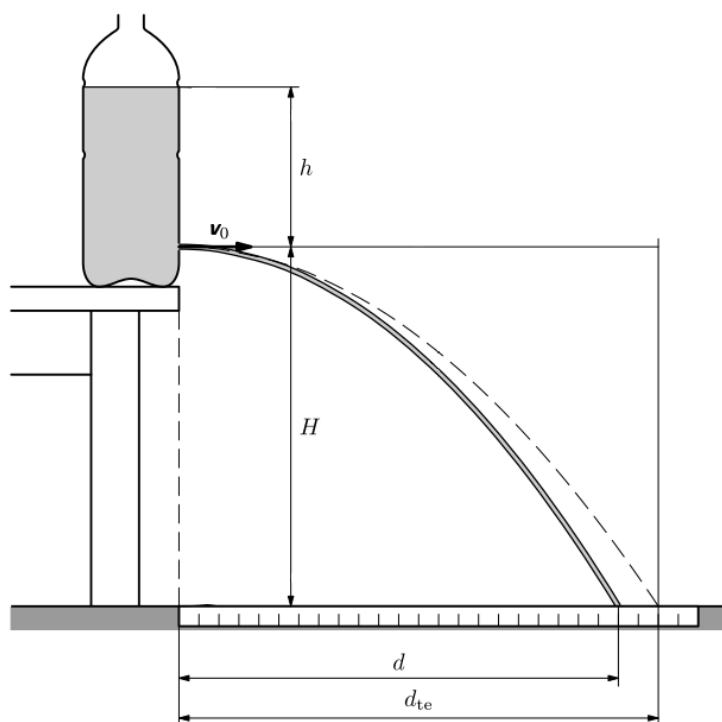
Další školní rok a další projekt z volitelné fyziky. Bohužel jsem spadl do stereotypu vybírání projektů z fyzikálních olympiád. V letošním roce jsem se nechal inspirovat úlohou, kterou jsem našel v 48. ročníku fyzikální olympiády kategorie D. Budu se zabývat výtokem kapaliny otvorem ve stěně plastové láhve. Zadání sice nezní tak atraktivně, ale samotné provedení mě vskutku bavilo.

2. Teoretický rozbor

2.1. Rozbor aparatury

Nejdříve si pořádně prohlédneme náčrt aparatury, kterou budeme potřebovat pro vypracování, a nalezneme potřebnou teorii k provedení pokusu.

V plastové lahvi umístěné ve výšce H nad zemí se nachází kapalina, která má výšku vodního sloupce h (nad otvorem). Kapalina otvorem vytéká a dopadá na zem do vzdálenosti d od otvoru.



2.2. Odvození vztahů

Pokud by kapalina v láhvi byla ideální tekutinou bez vnitřního tření vytékala by z otvoru ve stěně počáteční rychlostí v_o , která se dá lehce odvodit z Bernoulliho rovnice.

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_h + p_a = \frac{1}{2}\rho v_o^2 + p_a$$

Jelikož kapalina do nádoby nepřitéká (je v klidu) je celý 1. člen $\frac{1}{2}\rho v_1^2 = 0$.

$$h\rho g = \frac{1}{2}\rho v_o^2 \Rightarrow v_o = \sqrt{2gh}$$

Bez odporu vzduchu by kapalina dopadla na podlahu za dobu T . Jedná se o vodorovný vrh. Vzorec lehce odvodíme. Aparaturu umístíme do pomyslné soustavy souřadnic. Počátek volíme na zemi přesně pod otvorem (ten je ve výšce H). Pro vodorovný vrh platí tyto vztahy:

$$x = v_o T$$

$$y = H - \frac{1}{2} g T^2$$

Když kapalina dopadne na podlahu její souřadnice y je nulová a naopak souřadnice x je maximální.

$$y = 0 \Rightarrow H = \frac{1}{2} g T^2$$

$$T = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Spojením obou vztahů získáme vztah pro výpočet teoretické vzdálenosti dopadu kapaliny d_{te} .

$$x = d_{te} = v_o T$$

$$d_{te} = 2\sqrt{H}\sqrt{h}$$

Délka dostřiku d_{te} by tedy měla být přímo úměrná $\sqrt{h}$ s konstantou úměrnosti $2\sqrt{H}$.

3. Provedení pokusu

Jako kapalinu v láhvi použiju obyčejnou vodu. Ve svislé stěně plastové lahve ve výšce asi 5 cm nad dnem jsem vytvořil pomocí zahřátého hřebíku otvor o průměru zhruba 4 mm. Na stěnu láhve jsem pomocí pravítka nanесl stupnici od 4 cm až do 19 cm (po 1 cm). Tato stupnice má počátek ve středu otvoru. Láhev jsem naplnil vodou a postavil ji na okraj židle, tak aby voda volně vytékala na podlahu. Do roviny vodního proudu jsem umístil rolovací metr tak, že počátek jeho stupnice ležel přesně pod výtokovým otvorem. Měřil jsem závislost délky dostřiku d na výšce hladiny h nad výtokovým otvorem, který se nachází ve výšce H nad podlahou. Dopadající pramínek vody se však trhal, tak jsem považoval odhadnutý střed jako stopu dopadu. Všechny naměřené hodnoty jsem zpracoval v tabulce.

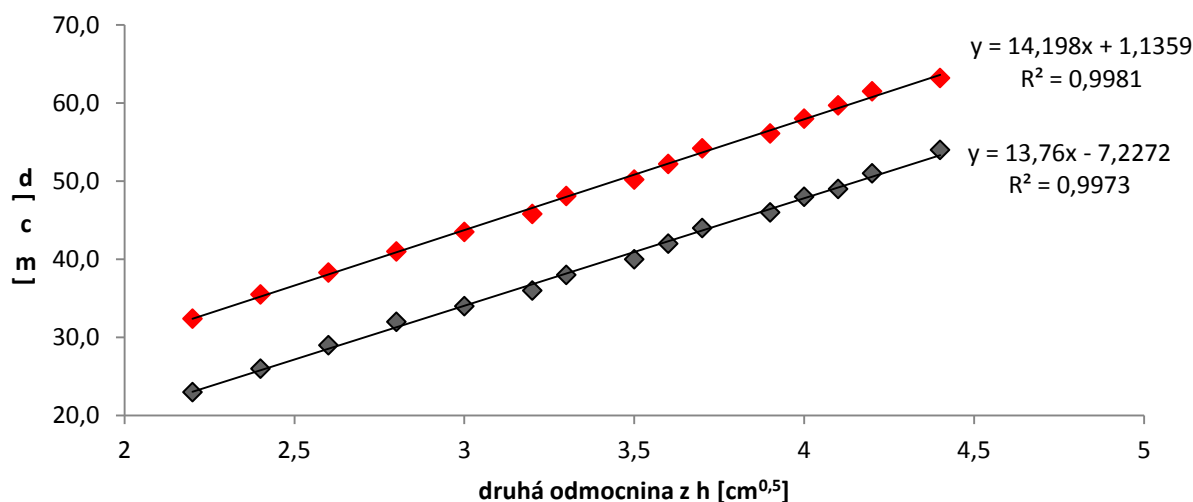
3.1. Samotné měření

Měření jsem provedl pro $H = 52,5$ cm. A výsledky jsem vložil do tabulky.

Č. měř.	h [cm]	$\sqrt{h}$ [cm ^{0,5}]	d [cm]	d_{te} [cm]	$\frac{d}{d_{te}} \cdot 100\%$
1.	19	4,4	54	63,2	85,5
2.	18	4,2	51	61,5	83,0
3.	17	4,1	49	59,7	82,0
4.	16	4,0	48	58,0	82,8
5.	15	3,9	46	56,1	82,0
6.	14	3,7	44	54,2	81,1
7.	13	3,6	42	52,2	80,4
8.	12	3,5	40	50,2	79,7
9.	11	3,3	38	48,1	79,1
10.	10	3,2	36	45,8	78,6
11.	9	3,0	34	43,5	78,2
12.	8	2,8	32	41,0	78,1
13.	7	2,6	29	38,3	75,6
14.	6	2,4	26	35,5	73,2
15.	5	2,2	23	32,4	71,0

Nyní si necháme zobrazit závislost skutečné délky dostřiku d na druhé odmocnině výšky hladiny $\sqrt{h}$ při dané výšce H (šedé značky). Do téže grafu necháme zobrazit i závislost teoretické délky dostřiku d_{te} na $\sqrt{h}$ při dané výšce H (červené značky). Poté přidáme spojnicí trendu a zjistíme, že obě závislosti jsou skutečně lineární.

Porovnání obou závislostí





Nyní spočítám teoretickou délku dostříku, když je výška vodní hladiny v láhvi $h = 40$ cm (stále platí $H = 52,5$ cm).

$$d_{te} = 2\sqrt{H}\sqrt{h} = 2\sqrt{0,525}\sqrt{0,4} = 0,92 \text{ m} = \underline{\underline{92 \text{ cm}}}$$

4. Závěr

V závěru bych rád shrnul všechna zjištění a všechny výsledky. Provedl jsem pokus, při kterém jsem nechal vytékat vodu otvorem a nechal ji dopadnout na zem. Při tom jsem měřil výšku vodního sloupce nad otvorem a délku otvoru. Měření mě vskutku bavilo (i když byla trochu zima). Zjistil jsem, že graf závislosti skutečné délky dostříku d na druhé odmocnině výšky hladiny $\sqrt{h}$ při dané výšce H je lineární funkce. Když jsem vložil spojnici trendu, zjistil jsem, že skutečně odpovídá lineární funkci ($R^2 = 0,997$). Experiment byl nenáročný, protože stačila láhev a nůž. Při měření jsem se doslova „vyblbnul“.