

SERIOVÉ A PARALELNÍ ZAPOJENÍ PRUŽIN

ANNA MOTYČKOVÁ

2015/2016, 8. Y

Obsah

Teoretický rozbor	3
Zjištění tuhosti pružiny	3
Sériové zapojení pružin	3
Paralelní zapojení pružin	3
Praktická část.....	4
Zjištění tuhostí pružin	4
Sériové zapojení	5
Paralelní zapojení	5
Závěr	6
Zdroje	7

Teoretický rozbor

Zjištění tuhosti pružiny

Ke svému pokusu potřebuji 2 pružiny se známou tuhostí, proto musím zjistit tuhost obou pružin. Jedná se o pružinový oscilátor, jehož zrychlení $a = -\omega^2 y$. Zkombinujeme-li tento vzorec s II. Newtonovým pohybovým zákonem $F = am$, získáme pohybovou rovnici mechanického oscilátoru $F = -m\omega^2 y$

Příčinou harmonického pohybu oscilátoru je F , kterou získáme ze vztahu $F = -ky$. Srovnávací metodou získáme vzorec $-m\omega^2 y = -ky$. Odtud můžeme jednoduše vyjádřit vztah pro úhlovou frekvenci $\omega^2 = \frac{k}{m}$. Za použití vzorce $\omega = \frac{2\pi}{T}$ získáme vzorec pro periodu $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, odkud

jednoduše získáme výsledný vzorec pro tuhost.

$$k = 4\pi^2 \frac{m}{T^2}.$$

(Pucholt, Pružinový oscilátor a tuhost pružiny.)

Komentář [O1]: Rovněž prosím pravý okraj také do bloku

Komentář [O2]: Síla pružnosti, pro kterou platí

Sériové zapojení pružin

Pokud sériově zapojíme 2 pružiny a pověsíme na ně závaží o hmotnosti m , dojde na obou pružinách k prodloužení y_1 a y_2 . Celkové prodloužení je součtem prodloužení na jednotlivých pružinách $y = y_1 + y_2$. Uvážíme-li, že na obě pružiny působí stejná tíhová síla tělesa $F = mg$, získáme vzorec $y = -\frac{F}{k_1} - \frac{F}{k_2} = -F\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right)$, ze kterého vyjádříme vztah pro sílu $F = -\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} y$. Při použití stejného postupu jako u samostatné pružiny, tedy užití II. Newtonova pohybového zákona a vzorce $\omega = \frac{2\pi}{T}$ získáme vzorec pro periodu $T = 2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}$. Při porovnání tohoto vzorce se vzorcem pro periodu jedné pružiny $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ získáme vztah tuhosti, která nahradí obě pružiny $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$. (Pucholt, Pružinový oscilátor a spojování pružin)

Paralelní zapojení pružin

Pokud pružiny zapojení paralelně a pověsíme na ně pružiny, je jejich výchylka stejná a rovná se celkové výchylce $y = y_1 = y_2$. Stejným postupem jako u sériového zapojení získáme vzorec pro periodu $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$. Opět porovnáme se vzorcem pro jednu pružinu $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ a zjistíme, že u paralelního spojení pružin se tuhosti jednoduše sčítají $k = k_1 + k_2$. (Pucholt, Pružinový oscilátor a spojování pružin)

Praktická část

Svoje pokusy jsem se rozhodla provést metodou video analýzy. Pokusy jsem natočila a provedla analýzu pomocí programu Avistep.

Zjištění tuhostí pružin

Pro zjištění tuhosti postačí změřit periodu a dosadit do vzorce odvozeného v teoretickém rozboru.

Pružina 1

Pružina 2

	t	T		t	T
1	0		1	0	
2	0,702	0,702	2	0,491	0,491
3	1,263	0,561	3	0,982	0,491
4	1,895	0,632	4	1,404	0,422
5	2,526	0,631	5	1,825	0,421
6	3,088	0,562	6	2,316	0,491
7	3,719	0,631	7	2,737	0,421
8	4,351	0,632	8	3,228	0,491
9	4,912	0,561	9	3,649	0,421
10	5,544	0,632	10	4,07	0,421
11	6,175	0,631	11	4,561	0,491

t = čas, ve kterém se závaží dostává do amplitudy

T = perioda

m = hmotnost závaží = 90,15g

$$T_1 = 0,62 \pm 0,04s.$$

$$T_2 = 0,46 \pm 0,03s.$$

Pro zjištění tuhosti dosadím do vzorce $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ průměrnou periodu, její nejvyšší možnou hodnotu

(průměrná hodnota + směrodatná odchylka) a její nejnížší možnou hodnotu. Z daných výsledků poté spočítám průměr.

$$\underline{k_1 = 9,42 Nm^{-1}}$$

$$\underline{k_2 = 17,31 Nm^{-1}}$$

Sériové zapojení

	t	T
1	0	
2	0,772	0,772
3	1,544	0,772
4	2,316	0,772
5	3,158	0,842
6	3,86	0,702
7	4,702	0,842
8	5,474	0,772
9	6,246	0,772
10	7,018	0,772
11	7,789	0,771
12	8,561	0,772
13	9,333	0,772
14	10,11	0,777
15	10,88	0,77

$$T_s = 0,077 \pm 0,03s.$$

Pomocí vzorce $k = 4\pi^2 \frac{m}{T^2}$ zjistíme celkovou tuhost soustavy.

$$\underline{k_{1p} = 5,89 \text{ Nm}^{-1}}$$

Pokud dosadíme do vzorce $k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ zjištěné hodnoty pružností, získáme hodnotu

$$\underline{k_{1e} = 6,1 \text{ Nm}^{-1}}$$

Paralelní zapojení

	t	T
1	0	
2	0,47	0,47
3	0,872	0,402
4	1,275	0,403
5	1,61	0,335
6	2,013	0,403
7	2,415	0,402
8	2,818	0,403
9	3,288	0,47
10	3,69	0,402
11	4,09	0,4
12	4,428	0,338
13	4,898	0,47
14	5,301	0,403

$$T_p = 0,41 \pm 0,4s$$

Pomocí vzorce $k = 4\pi^2 \frac{m}{T^2}$ zjistíme celkovou tuhost soustavy.

$$\underline{k_{2p} = 23,9 \text{ Nm}^{-1}}$$

Pokud dosadíme do vzorce $k = k_1 + k_2$ zjištěné hodnoty pružností, získáme hodnotu

$$\underline{k_{2e} = 26,73 \text{ Nm}^{-1}}$$

$$15 \sqrt{5,703} \quad 0,402$$

Závěr

Podařilo se mi zjistit tuhost obou pružin $k_1 = 9,42 \text{ Nm}^{-1}$ a $k_2 = 17,31 \text{ Nm}^{-1}$. Dokázala jsem, že při paralelním spojení pružin se hodnoty obou tuhostí pružin sčítají, kdežto při sériovém zapojení se sčítají jejich převrácené hodnoty. Výsledky mi sice vyšly s poměrně velkou chybou, přesto jako důkaz postačují. Chybu mohla zapříčinit metoda videoanalýzy, kterou jsem zvolila, neboť má videa měla pouze 14 snímků za sekundu, což mohlo znepřesnit měření periody. Navíc jsem neznala tuhosti pružin a zjistila jsem je prakticky. Zde vznikly statistické chyby, které ovlivnily i výsledek teoretického výpočtu.

Zdroje

Pružinový oscilátor a tuhost pružiny. *Pokusy z fyziky* [online]. Olomouc: Katedra experimentální fyziky, Přírodovědná fakulta Univerzity Palackého, 2012 [cit. 2016-02-26]. Dostupné z: <http://pokusy.upol.cz/videopokusy/mechanicke-kmitani-a-vlneni/pruzinovy-oscilator-a-tuhost-pruziny-7/>

Pružinový oscilátor a spojování pružin. *Pokusy z fyziky* [online]. Olomouc: Katedra experimentální fyziky, Přírodovědná fakulta Univerzity Palackého, 2012 [cit. 2016-02-26]. Dostupné z: <http://pokusy.upol.cz/videopokusy/mechanicke-kmitani-a-vlneni/pruzinovy-oscilator-a-spojovani-pruzin-8/>